

Câu 1(1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x(x^2 - 3x)$.

Câu 2(1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = \sqrt{3-2x}$ tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$.

Câu 3(1,0 điểm).

- Cho số phức $z = 2 + i$. Tính modun của số phức $w = z^2 - 1$.
- Giải phương trình $2^x - 4 = -\frac{3}{2^x}$.

Câu 4(1,0 điểm).

- Giải phương trình $\sin x = 1 - \sqrt{3} \cos x$.
- Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 12 học sinh nam và 8 học sinh nữ. Giáo viên dạy môn Toán chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nữ.

Câu 5(1,0 điểm). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: Đồ thị hàm số $y = x^2 + x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$.

Câu 6(1,0 điểm). Trong không gian Oxyz cho hai điểm I(2; 1; -1) và A(1; 3; 2). Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và đi qua A. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại A.

Câu 7(1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a$ và $BC = a\sqrt{3}$. Gọi BH là đường cao của tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng BH và SC, biết $SH \perp (ABC)$ và góc giữa SB với mặt phẳng (ABC) bằng 60° .

Câu 8(1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC cân tại A(0; 8), M là trung điểm của cạnh BC. Gọi H là hình chiếu của M trên AC, $E\left(\frac{15}{4}; \frac{11}{4}\right)$ là trung điểm của MH. Tìm tọa độ hai điểm B và C biết đường thẳng BH đi qua N(8; 6) và điểm H nằm trên đường thẳng $x + 3y - 15 = 0$.

Câu 9(1,0 điểm). Giải bất phương trình $\sqrt{x}(x+1) \geq x^3 - 5x^2 + 8x - 6 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 10(1,0 điểm). Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y - 1 = \sqrt{2x-4} + \sqrt{y+1}$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = (x+y)^2 - \sqrt{9-x-y} + \frac{1}{\sqrt{x+y}}$.

.....Hết.....

Cảm ơn thầy Nguyễn Thành Hiền

(<https://www.facebook.com/HIEN.0905112810>) chia sẻ lên www.laisac.page.tl

BIỂU ĐIỂM VÀ ĐÁP ÁN CHẤM

	Lời giải	Điểm																
Câu 1 (1,0 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x(x^2 - 3x)$.																	
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$ Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25																
	Bảng biến thiên	0,25																
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$+\infty$	0	-4	$+\infty$	
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
	y'	+	0	-	0	+												
y	$+\infty$	0	-4	$+\infty$														
Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty)$; nghịch biến trên $(0; 2)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; đạt cực tiểu tại $x = 2$.	0,25																	
Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(1; -2)$.	0,25																	
Câu 2 (1,0 điểm)	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = \sqrt{3 - 2x}$ tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$.																	
	Điểm M có hoành độ $x_0 = 1$, suy ra tung độ $y_0 = 1$.	0,25																
	Ta có $y' = -\frac{1}{\sqrt{3 - 2x}}$, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $k = y'(1) = -1$.	0,25																
	Phương trình tiếp tuyến: $y = -(x - 1) + 1$.	0,25																
	$\Leftrightarrow y = -x + 2$	0,25																
Câu 3.a (0,5 điểm)	Cho số phức $z = 2 + i$. Tính modun của số phức $w = z^2 - 1$.																	
	Ta có $z = 2 + i \Rightarrow z^2 = 3 + 4i \Rightarrow z^2 - 1 = 2 + 4i$	0,25																
	Vậy $ z^2 - 1 = 2\sqrt{5}$.	0,25																
Câu 3.b (0,5 điểm)	Giải phương trình $2^x - 4 = -\frac{3}{2^x}$.																	
	Đặt $t = 2^x$, ta được phương trình:	0,25																

	$t - 4 = -\frac{3}{t} \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \text{ (do } t > 0)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$	
	<p>Với $t = 1$ suy ra $x = 0$</p> <p>Với $t = 3$ suy ra $x = \log_2 3$</p>	0,25
Câu 4.a (0,5 điểm)	<i>Giải phương trình $\sin x = 1 - \sqrt{3} \cos x$ (1)</i>	
	Phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$	0,25
Câu 4.b (0,5 điểm)	<i>Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 12 học sinh nam và 8 học sinh nữ. Giáo viên dạy môn Toán chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nữ.</i>	
	<p>Chọn 4 học sinh bất kì có $C_{20}^4 \Rightarrow n(\Omega) = C_{20}^4 = 4845$</p> <p>Gọi A: “ 4 học sinh được chọn có ít nhất 2 nữ”</p> <p>Suy ra $n(A) = C_8^2.C_{12}^2 + C_8^3.C_{12}^1 + C_8^4 = 2590$</p>	0,25
	Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2590}{4845} = \frac{518}{969}$.	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	<i>Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: Đồ thị hàm số $y = x^2 + x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$.</i>	
	Diện tích hình phẳng cần tính là: $S = \int_0^1 x^2 + x dx$	0,25
	Với $x \in [0;1] \Rightarrow S = \int_0^1 (x^2 + x) dx$	0,25
	Suy ra $S = (\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}) \Big _0^1$	0,25
	Vậy $S = \frac{5}{6}$.	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	<i>Trong không gian Oxyz cho hai điểm I(2; 1; -1) và A(1 ; 3; 2). Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và đi qua A. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại A.</i>	
	Mặt cầu (S) có tâm I(2; 1; -1) và đi qua A(1 ; 3; 2) có bán kính $R = IA = \sqrt{14}$	0,25

	Vậy (S) có phương trình: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 14$	0,25
	Do mp(P) tiếp xúc với (S) tại A nên IA vuông góc với mp(P), do đó $\overrightarrow{IA} = (-1; 2; 3)$ là véc tơ pháp tuyến của (P).	0,25
	Vậy (P): $x - 2y - 3z + 11 = 0$.	0,25
Câu 7 (1,0 điểm)	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a$ và $BC = a\sqrt{3}$. Gọi BH là đường cao của tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BH và SC, biết $SH \perp (ABC)$ và góc giữa SB với mặt phẳng (ABC) bằng 60° .	
	Ta có $\frac{1}{HB^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow HB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBH} = 60^\circ$. Suy ra $SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.	0,25
	Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.	0,25
	Ta có $HB \perp (SAC)$ (Vì $(SAC) \perp (ABC)$, $HB \perp AC$). Trong mp(SAC), dựng HK $\perp SC$. Khi đó HK là đường vuông góc chung của HB và SC, hay $d(HB; SC) = HK$.	0,25
	Ta có $HC = \sqrt{BC^2 - HB^2} = \frac{3a}{2}$. Khi đó $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HC^2} \Rightarrow HK = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Vậy $d(HB; SC) = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$	0,25
Câu 8 (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC cân tại $A(0; 8)$, M là trung điểm của cạnh BC. Gọi H là hình chiếu của M trên AC, $E\left(\frac{15}{4}; \frac{11}{4}\right)$ là trung điểm của MH. Tìm tọa độ hai điểm B và C biết đường thẳng BH đi qua $N(8; 6)$ và điểm H nằm trên đường thẳng $x + 3y - 15 = 0$.	
	Chứng minh AE vuông góc với BH. Ta có: $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BH} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AH})(\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MH}) = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{MC}$ ($AM \perp BM$; $AH \perp MH$) $= (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HM})\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{AH}(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HC}) = -MH^2 + \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HC}$ $= -MH^2 + AH \cdot HC = 0$.	0,25
	Ta có $\overrightarrow{AE} = \left(\frac{15}{4}; -\frac{21}{4}\right)$ là vtpt của BH, suy ra phương trình BH: $5x - 7y + 2 = 0$.	0,25

	Toạ độ H là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 5x-7y+2=0 \\ x+3y-15=0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{9}{2}; \frac{7}{2}\right).$	
	Do E là trung điểm của đoạn MH suy ra M(3; 2). Do $AM \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (3; -6)$ là véc tơ pháp tuyến của BC $\Rightarrow BC: x-2y+1=0$ Toạ độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 5x-7y+2=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases} \Rightarrow B(1;1)$	0,25
	Do M là trung điểm của BC, suy ra C(5; 3). Vậy B(1; 1) và C(5; 3).	0,25
Câu 9 (1,0 điểm)	<i>Giải bất phương trình $\sqrt{x}(x+1) \geq x^3 - 5x^2 + 8x - 6 \quad (x \in R).$ (1)</i>	
	Điều kiện: $x \geq 0$. $(1) \Leftrightarrow x\sqrt{x} + x \geq (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) + (x^2 - 4x + 4) - 2$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x})^3 + x + \sqrt{x} \geq (x-2)^3 + (x-2)^2 + (x-2) \quad (2)$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t^3 + t^2 + t$, có $f'(t) = 3t^2 + 2t + 1 > 0, \forall t$. Do đó hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên R, mặt khác (2) có dạng $f(\sqrt{x}) \geq f(x-2) \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq x-2 \quad (3).$	0,25
	+) Với $0 \leq x \leq 2$ là nghiệm của (3). +) Với $x > 2$, bình phương hai vế (3) ta được $x^2 - 5x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$ Kết hợp nghiệm ta được $2 < x \leq 4$ là nghiệm của (3).	0,25
	Vậy nghiệm của (3) là $0 \leq x \leq 4$, cũng là nghiệm của bất phương trình (1).	0,25
Câu 10 (1,0 điểm)	<i>Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y-1 = \sqrt{2x-4} + \sqrt{y+1}$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = (x+y)^2 - \sqrt{9-x-y} + \frac{1}{\sqrt{x+y}}$.</i>	
	Điều kiện: $x \geq 2; y \geq -1; 0 < x+y \leq 9$; Ta có $0 \leq x+y-1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x-2} + 1 \cdot \sqrt{y+1} \leq \sqrt{3(x+y-1)} \Rightarrow (x+y-1)^2 \leq 3(x+y-1)$ $\Rightarrow 0 \leq x+y-1 \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq x+y \leq 4$.	0,25
	Đặt $t = x+y, t \in [1; 4]$, ta có $S = t^2 - \sqrt{9-t} + \frac{1}{\sqrt{t}}$	0,25
	$S'(t) = 2t + \frac{1}{2\sqrt{9-t}} - \frac{1}{2t\sqrt{t}} > 0, \forall t \in [1; 4]$. Vậy $S(t)$ đồng biến trên $[1; 4]$.	0,25
	Suy ra	0,25

	$S_{\max} = S(4) = 4^2 - \sqrt{9-4} + \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{33-2\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x=4; y=0;$ $S_{\min} = S(1) = 2 - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow x=2; y=-1.$	
--	---	--

Cảm ơn thầy Nguyễn Thành Hiền (<https://www.facebook.com/HIEN.0905112810>) chia sẻ đến www.laisac.page.tl

