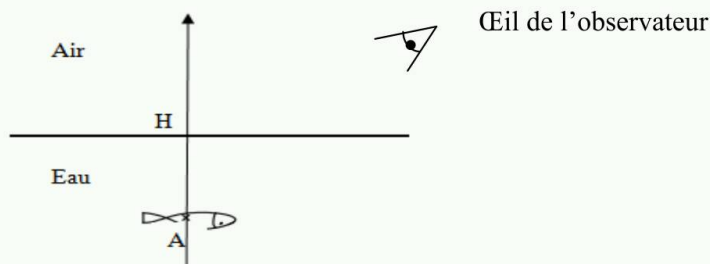


Filières SMPC– S2  
Module d'optique géométrique : TD N°3.

**Exercice – 1 :**

Un observateur regarde, depuis l'air, un poisson dans un aquarium. Soit A un élément ponctuel du poisson (figure ci-dessous).



- 1) Faire une construction géométrique précisant la position de l'image  $A'$  de A à travers le dioptré plan eau-air d'indices respectifs 1 et  $n$ .
- 2) En se plaçant dans les conditions de Gauss, déterminer la position de l'image  $A'$  de A à travers le dioptré plan eau-air.
- 3) A quelle distance on voit le poisson s'il est réellement à 2 m en dessous de l'eau sachant que l'indice de l'eau est  $n = 1,33$  ?
- 4) Conclure : le poisson semble - t'il plus proche ou plus loin de la surface de l'eau ?

**Exercice – 2 :**

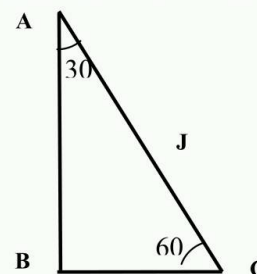
Une lame de verre, à faces parallèles, d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$  baigne dans un milieu transparent homogène et isotrope d'indice  $n'$  tel que  $n' < n$ . Un objet ponctuel réel A, situé sur l'axe optique donne à travers la lame une image  $A'$ .

- 1) En se plaçant dans les conditions de Gauss, déterminer l'expression  $\overline{AA'}$  du déplacement de l'image  $A'$  par rapport à A en fonction de  $n$ ,  $n'$  et  $e$ .
- 2) Dans le cas d'une lame d'épaisseur 5 mm et d'indice  $n = 1,5$  placée dans l'air, calculer la position de l'image par rapport à  $H_1$ , d'un objet A situé à 3 cm en avant de la première face de la lame.  $H_1$  est le point d'intersection de l'axe optique avec la face d'entrée. Quelle est la nature de l'image.

**Exercice – 3:**

On considère un prisme ABC rectangle en B et d'indice  $n = 1,5$ . Les angles en A et C valent respectivement  $30^\circ$  et  $60^\circ$ . (voir figure ci-contre).

- 1) Tracer sur la figure, la marche d'un rayon lumineux normal à la face **AB** qui tombe au point **J** milieu de la face **AC**. Calculer sa déviation **D**.
- 2) Montrer sur une deuxième figure, que si le rayon lumineux arrive perpendiculairement (normal) à la face **BC**, il émerge par la face **AB**. Calculer la valeur de l'angle d'émergence,  $r'$ .



#### Exercice – 4 :

On considère un dioptré sphérique de centre C, de sommet S et de rayon  $\overline{SC} = 4 \text{ cm}$  séparant deux milieux d'indices  $n = 1$  et  $n' = 1,5$ . Ce dioptré est utilisé dans les conditions de Gauss.

- 1) Quelle est la nature de ce dioptré sphérique ? Justifier votre réponse.
- 2) Rappeler la relation de conjugaison du dioptré sphérique avec origine au sommet.
- 3) Déterminer la position des foyers objet F et image F' du dioptré. Application numérique.
- 4) Un objet AB perpendiculaire à l'axe optique et de taille  $\overline{AB} = 2 \text{ cm}$  se trouve à une distance  $\overline{SA} = -4 \text{ cm}$ . Calculer la position de l'image A'B' ainsi que sa taille,  $\overline{A'B'}$ .
- 5) Vérifier les résultats de la question précédente en faisant une construction géométrique à l'échelle 1/2. L'image obtenue est-elle réelle ou virtuelle?

#### Exercice – 5 :

Considérons l'association de trois dioptrés ayant le même axe optique. Le premier étant un dioptré plan de sommet  $S_1$  (dioptré  $D_1$ ), le second est un dioptré sphérique ( $D_2$ ) de sommet  $S_2$  et dont le centre est confondu avec le sommet  $S_3$  du 3<sup>ème</sup> dioptré plan ( $D_3$ ). Le dioptré sphérique  $D_2$  sépare entre deux milieux d'indice  $n_1$  et  $n_2$  et disposé de manière à ce que :

$$\overline{S_1 S_2} = \overline{S_2 S_3} = \overline{S_2 C} = R \text{ avec } \overline{S_1 S_3} = e$$

Le système se trouve dans l'air. En considérant que les conditions de Gauss sont réalisées,

- 1) Représenter le trajet d'un rayon lumineux parallèle à l'axe traversant le système dans le cas suivants  $n_1 < n_2$  et  $n_1 > n_2$ . Commenter.
- 2) Ecrire les relations de conjugaison sachant que :  $A \xrightarrow{D_1} A_1 \xrightarrow{D_2} A_2 \xrightarrow{D_3} A'$
- 3) En déduire la relation  $\overline{S_2 A'} = f(\overline{S_2 A}, n_1, n_2, R)$  liant l'objet à l'image.
- 4) Considérons que  $n_1 = n_2$ .

a) Tracer la marche d'un rayon, issu d'une source A sur l'axe, incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique du système.

b) En utilisant la relation de conjugaison, établir l'expression  $\overline{S_3 A'}$  et en déduire la distance  $\overline{AA'}$ .

c) Etablir l'expression du déplacement latéral  $\delta$  du rayon émergent par rapport à l'incident.

**Corrigé du TD N°3.**

**Exercice – 1 :**

- 1) Construction géométrique
- 2) D'après les lois de Snell Descartes, on a :  
 $n \sin i_1 = \sin i_2$

Comme  $i_1$  et  $i_2$  sont petits on a :

$$\sin i_1 \approx i_1 \text{ et } \sin i_2 \approx i_2$$

De même :  $\text{tg } i_1 \approx i_1$  et  $\text{tg } i_2 \approx i_2$

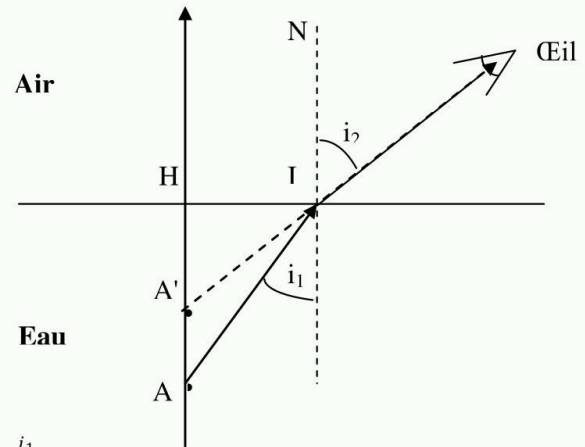
On a donc :  $n \cdot i_1 = i_2$ . (1)

$$\text{Comme : } \text{tg } i_1 = \frac{HI}{AH} \text{ et } \text{tg } i_2 = \frac{HI}{A'H} \Rightarrow \frac{\text{tg } i_1}{\text{tg } i_2} = \frac{A'H}{AH} = \frac{i_1}{i_2},$$

$$\text{soit d'après (1) : } \frac{A'H}{AH} = \frac{H A'}{HA} = \frac{1}{n} \Rightarrow H A' = \frac{HA}{n}$$

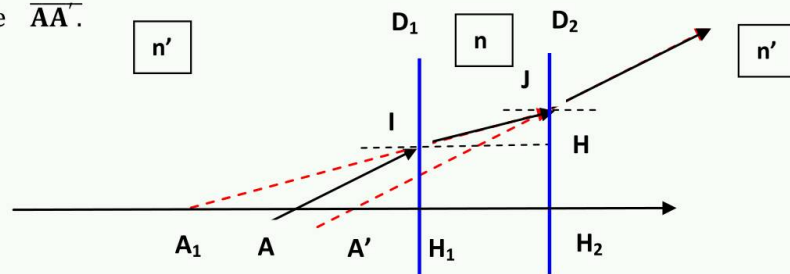
$$\text{Si } HA = -2m, \Rightarrow H A' = \frac{-2}{1,33} = -1,5 m$$

Le poisson semble plus proche de la surface de l'eau.



**Exercice – 2 :**

- 1) Calcul de l'expression de  $\overline{AA'}$ .



$$\text{Soit } A_1 \text{ l'image de } A \text{ par le dioptre } D_1 : \frac{\overline{H_1 A_1}}{n} = \frac{\overline{H_1 A}}{n'} \Rightarrow \overline{H_1 A_1} = \overline{H_1 A} \frac{n}{n'}$$

$$\text{Soit } A' \text{ l'image de } A_1 \text{ par le dioptre } D_2 : \frac{\overline{H_2 A'}}{n'} = \frac{\overline{H_2 A_1}}{n} \Rightarrow \overline{H_2 A'} = \overline{H_2 A_1} \cdot \frac{n}{n'}$$

$$\text{Or, } \overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1 H_2} + \overline{H_2 A'} \text{ avec : } \overline{H_1 H_2} = e$$

$$\overline{AA'} = -\overline{H_1 A_1} \frac{n'}{n} + e + \overline{H_2 A_1} \frac{n'}{n} = e + \frac{n'}{n} (\overline{H_2 A_1} - \overline{H_1 A_1}) = e + \frac{n'}{n} \overline{H_2 H_1}$$

$$\text{Comme } \overline{H_2 H_1} = -e \Rightarrow \overline{AA'} = e(1 - \frac{n'}{n})$$

$$2) n' = 1 \Rightarrow \overline{AA'} = e(1 - \frac{1}{n}) \text{ avec } e = 5 \text{ mm ; } n = 1,5 \text{ et } \overline{H_1 A} = -3 \text{ cm,}$$

$$AN : \overline{AA'} = 1,67 \text{ mm et comme } \overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1 A'} \Rightarrow \overline{H_1 A'} = \overline{AA'} - \overline{AH_1}$$

$$\text{Soit : } \overline{H_1 A'} = 1,67 - 30 = -28,33 \text{ mm ; } A' \text{ est une image virtuelle.}$$

### Exercice - 3 :

- 1) En I, on a une incidence normale, le rayon n'est pas réfracté.  
En J, l'angle d'incidence  $i = 30^\circ$  (voir figure 1)

D'où :  $n \cdot \sin i = \sin r \Rightarrow \sin r = 1,5 \cdot \frac{1}{2} = 0,75$ ,  
ce qui implique que  $r = 48,6^\circ$   
Et  $D = r - i = 48,6^\circ - 30^\circ = 18,6^\circ$

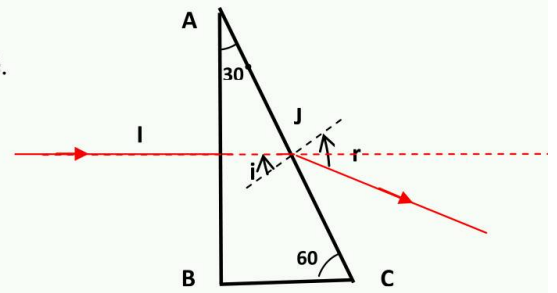


Figure 1

- 2) En I, on a une incidence normale, le rayon n'est pas réfracté.  
En J, l'angle d'incidence  $i = 60^\circ$  (voir figure 2).

D'où :  $n \cdot \sin i = \sin r \Rightarrow \sin r = 1,5 \times 0,87 = 1,3 > 1$  !?!

**Ce qui est impossible** ( $\sin r \leq 1$ ).

Physiquement le rayon ne peut être réfracté à travers la face AC  
car l'angle d'incidence  $i = 60^\circ$  est supérieur à l'angle limite  $\lambda$ , tel que :

$$\sin \lambda = \frac{1}{1,5} \Rightarrow \lambda = 41,8^\circ$$

On a donc une réflexion totale en J :  $r = i = 60^\circ$

D'après la figure 2, le rayon JK tombe sur la face AB sous un angle d'incidence :  $i' = 30^\circ$

Et on a donc :

$$n \cdot \sin 30 = \sin r' \Rightarrow \sin r' = 0,75 \Rightarrow r' = 48,6^\circ$$

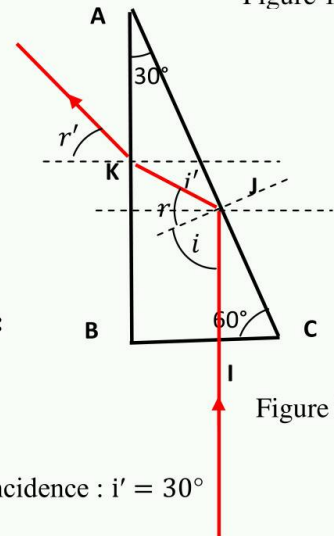


Figure 2

### Exercice - 4 :

- 1) Ce dioptré sphérique est convergent, car son centre C se trouve dans le milieu le plus réfringent.  
2) Relation de conjugaison avec origine au sommet S :  $\frac{n}{SA} - \frac{n'}{SA'} = \frac{n-n'}{SC}$ , (1)  
3) Position du foyer objet F : A' étant à l'infini,

$$\Rightarrow \frac{n'}{SA'} = 0 \Rightarrow \frac{n}{SF} = \frac{n-n'}{SC} \Rightarrow \overline{SF} = \frac{n \cdot \overline{SC}}{n-n'};$$

$$\text{A.N: } \overline{SF} = \frac{1 \cdot 4}{1-1,5} = -8 \text{ cm}$$

$$\text{Position du foyer image F' : A étant à l'infini, } \Rightarrow \frac{n}{SA} = 0 \Rightarrow -\frac{n'}{SF'} = \frac{n-n'}{SC} \Rightarrow \overline{SF'} = \frac{n' \cdot \overline{SC}}{n'-n}$$

$$\text{A.N: } \overline{SF'} = \frac{1,5 \cdot 4}{1,5-1} = 12 \text{ cm.}$$

- 4) L'objet AB est tel que  $\overline{SA} = -4 \text{ cm}$  et  $\overline{AB} = 2 \text{ cm}$

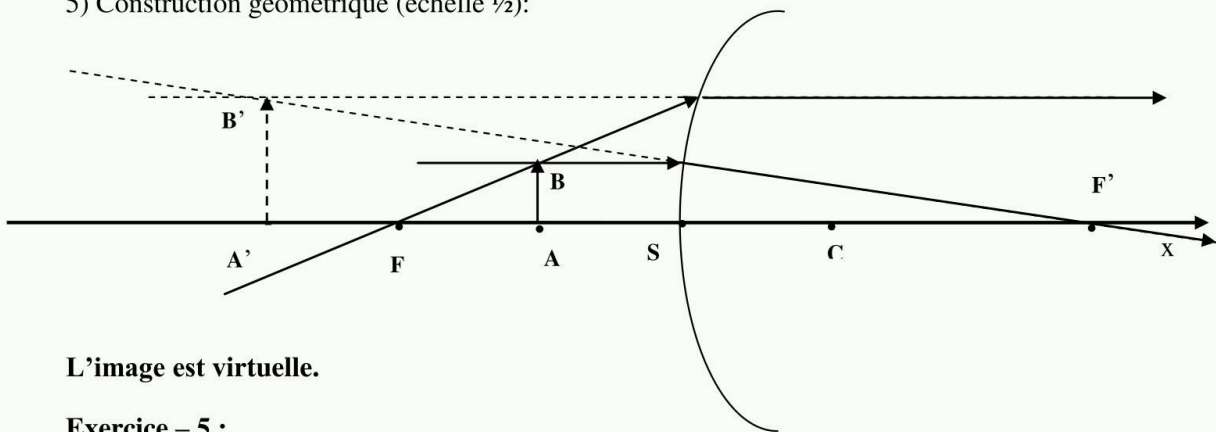
$$\text{* position de l'image : } \frac{n}{SA} - \frac{n'}{SA'} = \frac{n-n'}{SC} \Rightarrow \frac{1}{-4} - \frac{1,5}{SA'} = \frac{1-1,5}{4} \Rightarrow \overline{SA'} = -12 \text{ cm}$$

\* taille de l'image  $\overline{A'B'}$ . Le grandissement linéaire  $\gamma$  est donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n \cdot \overline{SA'}}{n' \cdot \overline{SA}}. \text{ A.N: } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{1 \cdot (-12)}{1,5 \cdot (-4)} = 2 \Rightarrow \overline{A'B'} = 2 \overline{AB} = 4 \text{ cm}$$



5) Construction géométrique (échelle 1/2):



**L'image est virtuelle.**

### Exercice – 5 :

1) Représentation de la marche ou trajet du rayon lumineux qui tombe sur le système de manière parallèle à l'axe optique.

1<sup>er</sup> cas  $n_1 < n_2$

Le rayon d'incidence nulle passe sans déviation à travers  $D_1$ , puis au niveau de  $D_2$ , le réfracté s'approche de la normale puisque  $n_1 < n_2$ , ensuite il arrive sur  $D_3$  et il se réfracte en s'écartant de la normale puisque  $n_2 > 1$ . Par définition, le point d'intersection du rayon émergent avec l'axe correspond au foyer du système. (Figure 1.a).

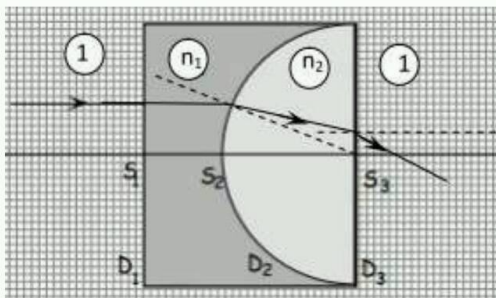


Figure 1.a

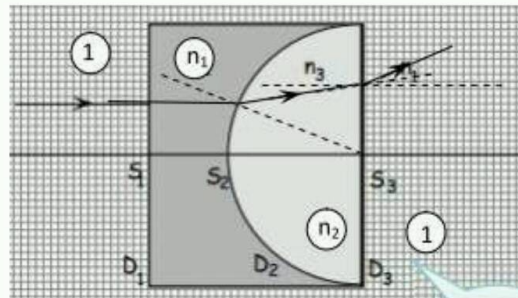


Figure 1.b

2<sup>ème</sup> cas  $n_1 > n_2$

Le rayon d'incidence nulle passe sans déviation à travers  $D_1$ , puis au niveau de  $D_2$ , le réfracté s'écarte de la normale puisque  $n_1 < n_2$ , ensuite il arrive sur  $D_3$  et il se réfracte en s'écartant d'avantage de la normale puisque  $n_2 > 1$ . Le point d'intersection du rayon émergent avec l'axe correspond au foyer du système. (Figure 1.b).

2) Expression des relations de conjugaison sachant que :  $A \xrightarrow{D_1} A_1 \xrightarrow{D_2} A_2 \xrightarrow{D_3} A'$

$$\text{Dioptr } D_1 : \overline{S_1 A} = \frac{\overline{S_1 A_1}}{n_1} \Rightarrow \overline{S_1 A_1} = n_1 \overline{S_1 A}$$

$$\text{Dioptr } D_2 : \frac{n_2}{\overline{S_2 A_2}} - \frac{n_1}{\overline{S_2 A_1}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{S_2 C}} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

$$\text{Dioptr } D_3 : \overline{S_3 A'} = \frac{\overline{S_3 A_2}}{n_2} \Rightarrow \overline{S_3 A_2} = n_2 \overline{S_3 A'}$$

3) Expression de  $\overline{S_2 A'} = f(\overline{S_2 A}, n_1, n_2, R)$ .

On a :  $\overline{S_1 S_2} = \overline{S_2 S_3} = \overline{S_2 C} = R$  et  $\overline{S_3 A'} = \frac{\overline{S_3 A_2}}{n_2} = \overline{S_3 S_2} + \overline{S_2 A'} = \overline{S_2 A'} - R$

$$\text{Soit } \overline{S_2 A'} = R + \frac{\overline{S_3 A_2}}{n_2} = R + \frac{\overline{S_3 S_2} + \overline{S_2 A_2}}{n_2} = R \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right) + \frac{\overline{S_2 A_2}}{n_2} \quad (*)$$

$$\text{Or : } \frac{n_2}{\overline{S_2 A_2}} = \frac{n_1 n_2}{R} + \frac{n_1}{\overline{S_2 A_1}}$$

On a aussi :  $\overline{S_2 A_1} = \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 A_1} = -R + n_1 \overline{S_1 A} = -R + n_1 (\overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 A}) = R(n_1 - 1) + n_1 \overline{S_2 A}$

$$(*) \quad \overline{S_2 A'} = R \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right) + \frac{1}{\frac{n_1 n_2}{R} + \frac{n_1}{\overline{S_2 A_1}}} = R \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right) + \frac{1}{\frac{n_1 n_2}{R} + \frac{n_1}{R(n_1 - 1) + n_1 \overline{S_2 A}}}$$

$$\overline{S_2 A'} = R \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right) + \frac{R^2 (n_1 - 1) + n_1 R \overline{S_2 A}}{(n_2 - n_1) (R(n_1 - 1) + n_1 \overline{S_2 A}) + n_1 R}$$

4) Considérons que  $n_1 = n_2$ .

a) Tracé de la marche d'un rayon, issu d'une source A sur l'axe, incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique du système.

Si  $n_1 = n_2$  tout se passe comme si le dioptré  $D_2$  n'existe pas. Le système équivalent à une lame à faces parallèles d'indice  $n = n_1 = n_2$  plongé dans l'air. Les rayons incident et émergent sont parallèles entre eux.

b) En utilisant la relation de conjugaison,

l'expression  $\overline{S_3 A'}$  s'écrit :

$$\overline{S_3 A'} = \frac{\overline{S_3 A_1}}{n} = \frac{\overline{S_3 S_1} + \overline{S_1 A_1}}{n} = \overline{S_1 A} - \frac{e}{n}$$

L'expression de la distance  $\overline{AA'}$  s'écrit donc :

$$\overline{AA'} = \overline{AS_1} + \overline{S_1 S_3} + \overline{S_3 A'} = \overline{AS_1} + e + \overline{S_1 A} - \frac{e}{n} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

**Ou bien** on peut substituer  $n_1 = n_2 = n$  dans la relation

$$\overline{S_2 A'} = R \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right) + \frac{R^2 (n_1 - 1) + n_1 R \overline{S_2 A}}{(n_2 - n_1) (R(n_1 - 1) + n_1 \overline{S_2 A}) + n_1 R}$$

$$\text{Ce qui donne } \overline{S_2 A'} = R \left( \frac{n-1}{n} \right) + \frac{R(n-1) + n \overline{S_2 A}}{n} = \overline{S_2 A} + 2R \left( \frac{n-1}{n} \right) = \overline{S_2 A} + 2R \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

Comme :

$$\overline{S_1 S_2} = \overline{S_2 S_3} = \overline{S_2 C} = R, \quad 2R = e, \quad \Rightarrow \overline{AA'} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

